

空气悬架系统的理想孪生动挠度跟踪控制策略

赵雷雷^{1,2}, 张浩¹, 于曰伟¹, 甄冉³, 丁钊¹, 单溪玉¹, 丁家和¹

(1. 山东理工大学交通与车辆工程学院, 255000, 山东淄博; 2. 山东安博机械科技股份有限公司
研发部, 255000, 山东淄博; 3. 山东美晨工业集团有限公司研发中心, 262200, 山东潍坊)

摘要: 为解决车辆主动悬架系统减振效果与控制能耗间的矛盾, 基于“数字孪生、以虚控实、节能减振”理念, 提出了主动空气悬架系统的理想孪生动挠度跟踪控制策略。首先, 以车辆座椅主动空气悬架系统为例, 利用准零刚度系统构建了真实空气悬架系统的理想数字孪生体, 同时建立了该孪生体的参数匹配设计方法; 然后, 以空气弹簧气体压力控制为节点, 设计了外环位置模糊非奇异快速终端滑模控制器, 以及考虑空气弹簧充放气过程中电磁阀非线性流量特性的内环气压控制器, 进而实现真实悬架系统对实际激励下孪生体动挠度的跟踪; 最后, 通过台架模拟实验与整车平顺性仿真实验, 对所提控制策略的有效性与先进性进行了验证。结果表明: 与以降低加速度为控制目标的传统控制策略相比, 所提策略在随机路况下的座椅垂向振动加速度均方根更小且控制能耗均方根最小降幅达 65.0%, 冲击路况下座椅垂向振动剂量也更小且主动控制力最大降幅高达 45.5%。所提策略性能明显优于传统策略, 能在有效提高悬架系统减振性能的同时大幅降低主动控制能耗, 有效解决了上述矛盾, 可推广应用于各类主动悬架系统, 为节能减振提供新的研究思路。

关键词: 车辆; 空气悬架; 节能减振; 理想孪生动挠度

中图分类号: U463.33 **文献标志码:** A

DOI: 10.7652/xjtuxb202501015 **文章编号:** 0253-987X(2025)01-0159-13

Ideal Twin Dynamic Deflection Tracking Control Strategy for Air Suspension Systems

ZHAO Leilei^{1,2}, ZHANG Hao¹, YU Yuewei¹, ZHEN Ran³, DING Fan¹,
SHAN Xiyu¹, DING Jiahe¹

(1. School of Transportation and Vehicle Engineering, Shandong University of Technology, Zibo, Shandong 255000, China;
2. R & D Department, Shandong Anbo Machinery Technology Co., Ltd., Zibo, Shandong 255000, China;
3. R & D Center, Shandong Meichen Industry Group Co., Ltd., Weifang, Shandong 262200, China)

Abstract: To address the conflict between damping effectiveness and control energy consumption in active suspension systems, an ideal twin dynamic deflection tracking control strategy for active air suspension systems is introduced. The strategy is founded on the research concept of “digital twins, virtual-to-real control, and energy-efficient damping”. Firstly, taking the vehicle seat active air suspension system as an example, a genuine air suspension system’s ideal digital twin is formulated using a quasi-zero stiffness system, alongside the development of a parameter matching

收稿日期: 2024-05-24。 作者简介: 赵雷雷(1982—), 男, 副教授, 硕士生导师; 于曰伟(通信作者), 男, 副教授, 硕士生导师。 基金项目: 2024 年度北京市自然科学基金-小米联合创新基金资助项目(L243024); 山东省重点扶持区域引进急需紧缺人才项目(2022-30)。

网络出版时间: 2024-09-10

网络出版地址: <https://link.cnki.net/urlid/61.1069.t.20240910.1351.002>

design methodology for this digital twin. Subsequently, with the air spring gas pressure control as a key point. An outer-loop position fuzzy non-singular fast terminal sliding mode controller and an inner-loop air pressure controller considering the nonlinear flow characteristics of the solenoid valve during air spring inflation and deflation processes are designed to achieve the tracking of the twin body deflection under actual excitations by the real suspension system. Finally, through bench simulation experiments and comprehensive vehicle ride comfort simulations, the efficacy and progressiveness of the proposed control strategy are validated. The results show that, compared to the traditional control strategy aiming at reducing the acceleration, the proposed strategy showcases reduced root mean square values of vertical vibration acceleration of the seat under random road conditions and a reduction exceeding 65.0% in the root mean square value of control energy consumption. Furthermore, under impact road conditions, the vertical vibration amplitude of the seat is diminished, with a maximum reduction in active control force exceeding 45.5%. The proposed strategy significantly outperforms the traditional strategy, effectively enhancing the damping capabilities of the suspension system while markedly significantly reducing the active control energy consumption. This strategy adeptly resolves the aforementioned conflict and can be broadly implemented across various active suspension systems, offering a novel research trajectory for energy-efficient damping.

Keywords: vehicle; air suspension; energy saving and vibration reduction; ideal twin dynamic deflection

路面激励导致的车辆振动,不仅容易导致车辆零部件损坏,危及行车安全,而且易引发驾驶疲劳及腰椎间盘突出、坐骨神经痛等驾驶疾病,严重影响驾乘人员的舒适性和身体健康^[1-2]。因此,如何改善车辆座椅、驾驶室及底盘的悬架系统性能,已成为车辆行业密切关注的问题^[3-5]。主动悬架系统作为智能车辆不可或缺的关键部件,是当前悬架研究的热点。其中,主动空气悬架系统已在高档车辆上逐渐得到应用^[6-7]。然而,车辆主动悬架系统减振效果与控制能耗间的矛盾限制了其推广应用,已成为车辆悬架系统研究领域亟待解决的难题^[8-10]。

针对这一矛盾,国内外学者围绕主动空气悬架系统,从减振方法和控制技术两个角度开展了卓有成效的研究,并取得了可喜的研究成果。在减振方法方面,主要是通过改进空气悬架系统结构进而提升减振性能。例如,有学者提出了车辆准零刚度空气悬架系统并建立了悬架关键参数匹配方法^[11-12],这种悬架在减振性能上得到了有效提升且能耗低。然而,这类基于构型减振的方法所用结构通常较为复杂,可靠性有待进一步提升。在控制技术层面,由于控制器硬件较为成熟,故主要围绕控制策略设计开展研究。一部分学者着眼于悬架性能提升的控制策略,其中,基于车辆振动加速度的控制方法得到了有效应用。例如:Ho等^[13]考虑空气弹簧参数的不

确定性和系统外部扰动,提出了一种自适应滑模控制方法;Gokul等^[14]提出了一种采用线性二次调节器(LQR)控制策略的自适应空气悬架系统,并对控制器进行参数寻优;Shalabi等^[15]将智能学习算法引入空气悬架系统控制策略设计,提出了一种自适应模糊神经网络控制方法。此类控制方法有效提升了空气悬架系统的减振性能,但主动控制能耗较高,不利于主动空气悬架系统的进一步推广应用。另一部分学者主要专注于降低控制能耗的控制策略研究,建立了驻车状态下的悬架高度控制策略^[16],以及车辆制动、转向等特殊工况下悬架高度控制策略^[17-19],这些策略确实降低了控制能耗,但难以有效改善车辆行驶状态下悬架系统减振性能。可见,车辆主动悬架系统减振效果与控制能耗间的矛盾难题依然有待深入研究。

针对现有研究的不足,本文将数字孪生技术引入主动空气悬架系统,提出主动空气悬架系统的理想孪生动挠度跟踪控制策略,旨在解决主动悬架系统减振效果与控制能耗间的矛盾。

1 理想孪生动挠度跟踪控制策略的基本思想

数字孪生技术通过创建物理对象的虚拟模型来模拟其真实的状态和行为,实现从现实空间到虚拟

空间的实时映射。在车辆领域,数字孪生技术被用于优化整车设计、提高生产效率、预测维护需求等方面^[20-21]。它使得车辆设计和测试过程更加高效和经济,因为通过这种技术可在不制造实物原型的情况下对车辆性能进行评估和调整。尽管数字孪生技术在车辆工程领域已取得了显著成就^[22-23],但尚未成功应用于车辆主动悬架系统。

为解决主动悬架系统减振效果与控制能耗间的矛盾,本研究基于“数字孪生、以虚控实、节能减振”理念,以车辆座椅主动空气悬架系统为例,提出主动悬架系统的理想孪生动挠度跟踪控制策略,见图 1。其基本思想为:①选取具有理想隔振特性的非线性隔振系统^[24],作为真实悬架系统的理想数字孪生体,实现物理实体到虚拟实体的映射;②以实际激励下孪生体的动挠度为理想动挠度,通过跟踪控制动挠度实现物理实体对虚拟实体的性能跟踪,进而达到“节能抑振”的目标。

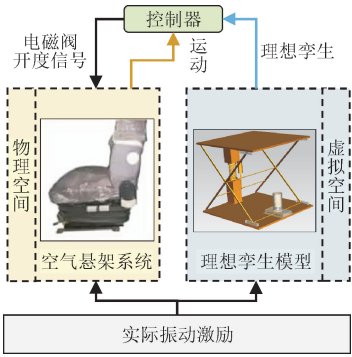


图 1 理想孪生动挠度跟踪控制策略示意图

Fig.1 Schematic diagram of the ideal twin dynamic deflection tracking control strategy

该控制策略本质特性在于其充分利用虚拟空间中孪生体卓越的非线性隔振特性,引导真实悬架系统有效利用车辆振动能量,进而节省主动控制能量。其优点在于:①在理论与技术层面,通过理想数字孪生体引入有益的非线性刚度和阻尼特性,提升悬架减振性能并降低控制能耗,同时避免传统非线性悬架可靠性差的弊端;②在工程与应用层面,对于被动空气悬架系统,仅需在原有结构基础上增加充放气控制系统;对于传统主动空气悬架系统,仅需更新控制策略即可,易于工程实现及推广应用。

2 悬架系统理想数字孪生体建模及参数匹配

2.1 理想数字孪生体的刚度特性模型

准零刚度隔振系统^[25]如图 2 所示,其作为实际

悬架系统的理想数字孪生体。其中, m 为理想数字孪生体簧上质量, K_H 为横向弹簧的刚度, L_H 为横向弹簧的安装长度, L_V 为垂向弹簧在静平衡处的压缩长度, K_V 为垂向弹簧的刚度, C 为理想数字孪生体减振器阻尼系数, z 为理想数字孪生体簧上质量垂向位移, q 为座椅垂向位移激励。理想数字孪生体利用一对横向线性弹簧在竖直方向产生负刚度,与竖直方向正刚度线性弹簧并联形成准零刚度隔振系统。在静力平衡位置,负刚度调节机构产生的负刚度与垂向弹簧产生的正刚度相互抵消,可获得准零刚度特性。

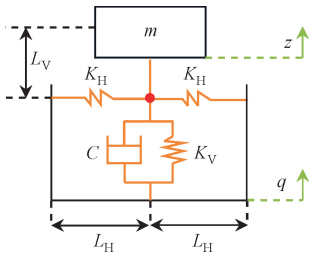


图 2 准零刚度隔振系统

Fig.2 The model of the quasi-zero-stiffness system

理想数字孪生体的弹簧总垂向弹性力 F 与悬架垂向相对位移 $(z - q)$ 的关系可表示为

$$F = k_1(z - q) + k_2(z - q)^3 \quad (1)$$

式中: $k_1 = K_V + 2(1 - (\sqrt{L_V^2 + L_H^2}/L_H))K_H$; $k_2 = (\sqrt{L_V^2 + L_H^2}/L_H^3)K_H$ 。

2.2 理想数字孪生体的阻尼特性模型

理想数字孪生体非线性等效阻尼系数 C 可表示为

$$C = \begin{cases} \frac{c_0 v_{1f} + c_1(v_t - v_{1f})}{v_t}, & v_t \in [v_{1f}, v_{2f}) \\ c_0, & v_t \in (v_{1y}, v_{1f}) \\ \frac{c_0 v_{1y} + c_2(v_t - v_{1y})}{v_t}, & v_t \in (v_{2y}, v_{1y}] \end{cases} \quad (2)$$

式中: c_0 为减振器线性阻尼系数; c_1 为减振器复原非线性阻尼系数; c_2 为减振器压缩非线性阻尼系数; v_{1f} 为减振器复原初次开阀速度; v_{1y} 为减振器压缩初次开阀速度; v_{2f} 为减振器复原二次开阀速度; v_{2y} 为减振器压缩二次开阀速度; v_t 为减振器相对运动速度。

理想数字孪生体的液压减振器的阻尼力-速度特性曲线可简化为分段线性曲线^[26],如图 3 所示,图中 F_d 表示减振器的阻尼力。

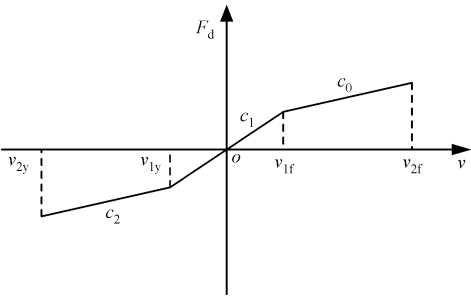


图 3 减振器阻尼力-速度特性曲线

Fig. 3 The curve of the damping force vs. the velocity

2.3 理想数字孪生体抑振参数匹配

2.3.1 理想数字孪生体刚度参数匹配

根据准零刚度隔振系统刚度匹配方法^[25],结合座椅悬架系统的安装空间要求及座椅悬架簧上质量 60 kg, 可得 $L_H = 59\text{ mm}$, $L_V = 46\text{ mm}$; 为在静平衡位置实现零刚度, 可确定理想数字孪生体的 $K_H = 26.13\text{ kN/mm}$, $K_V = 13.07\text{ kN/mm}$ 。其中, 弹簧总垂向弹性力 F 与相对位移 $(z - q)$ 的关系如图 4 所示。

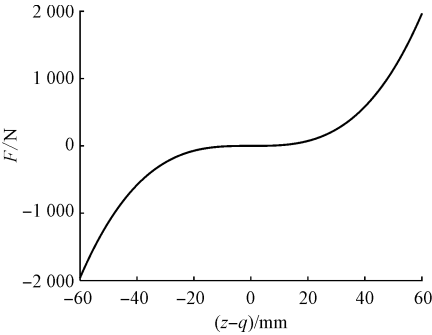


图 4 F 与移 $(z - q)$ 的关系

Fig. 4 The curve of F vs. $(z - q)$

从图 4 可看出, 在静平衡位置附近, 理想数字孪生体刚度接近于零, 有助于衰减座椅垂向振动; 远离静平衡位置时, 曲线两侧呈现强非线性特性, 能够有效限制座椅大幅度振动, 避免极限工况下座椅悬架撞击限位块现象。

2.3.2 理想数字孪生体阻尼优化匹配

由图 2 可得, 上述理想数字孪生体的振动方程为

$$m\ddot{z} - F(z - q) - C(\dot{z} - \dot{q}) = 0 \quad (3)$$

式中: $(\dot{z} - \dot{q})$ 表示理想数字孪生体的减振器相对运动速度。

为提高驾驶员乘坐舒适性, 以理想数字孪生体的非线性等效阻尼系数 $\mathbf{X}(\mathbf{X} = (C_0, C_1, C_2))$ 为优化设计变量, 以座椅面垂向加权加速度均方根 a_w 最小为优化目标, 建立目标函数 J

$$\min_{\mathbf{X} \in \Omega} J(\mathbf{X}) = \left[\frac{1}{T} \int_0^T a_{zw}^2(t) dt \right]^{1/2} \quad (4)$$

式中: T 为振动分析信号长度; $a_{zw}(t)$ 为座椅面垂向加速度时间历程通过加权滤波网络得到的加权加速度时间历程; $\mathbf{X}$ 为优化变量组成的向量; Ω 为 $\mathbf{X}$ 的可行性设计域。

为避免车辆行驶过程中座椅面与其导轨撞击, 须满足概率约束条件

$$\sigma(f_d) \leq [f_d]/3 \quad (5)$$

式中: f_d 为座椅悬架动挠度; $[f_d]$ 为座椅悬架垂向限位行程, $[f_d] = 0.045\text{ m}$; $\sigma(f_d)$ 为 f_d 的均方根。

根据目标函数 J 及约束条件, 理想数字孪生体的阻尼参数匹配数学模型为

$$\begin{cases} \min_{\mathbf{X} \in \Omega} J(\mathbf{X}) = \min(a_w) \\ \text{s. t. } \sigma(f_d) \leq [f_d]/3 \end{cases} \quad (6)$$

基于理想数字孪生体的振动微分方程和理想数字孪生体的阻尼参数匹配数学模型, 利用课题组前期试验车辆所采集的座椅导轨处振动加速度信号及所匹配的刚度参数^[24], 采用遗传算法对理想数字孪生体阻尼参数进行优化, 可得 c_0 、 c_1 、 c_2 分别为 300、688、548 $\text{N} \cdot \text{s/m}$ 。

3 面向控制器开发的座椅电控空气悬架系统动力学模型

为便于空气悬架系统的理想孪生动挠度跟踪控制策略设计, 本文建立了单自由度座椅电控空气悬架系统动力学模型, 如图 5 所示。

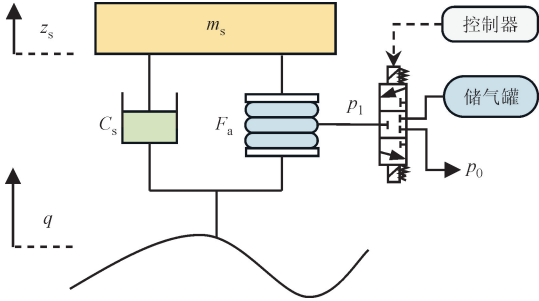


图 5 座椅电控空气悬架系统模型

Fig. 5 The model of electrically controlled air suspension system for seat

根据牛顿第二定律以及空气弹簧气囊内气体的绝对压力梯度统一表达式, 建立座椅电控空气悬架系统数学模型

$$\begin{cases} m_s \ddot{z}_s = -C_s(\dot{z}_s - \dot{q}) - m_s g + F_a \\ F_a = A_c(p_1 - p_0) \\ \dot{p}_1 = -\frac{k\beta(\dot{z}_s - \dot{q})}{V_{10} + \beta(z_s - q)} p_1 + \frac{kRT_2 q_m}{V_{10} + \beta(z_s - q)} u \end{cases} \quad (7)$$

式中: m_s 为座椅空气悬架系统承载有效质量; C_s 为座椅空气悬架系统减振器阻尼系数; F_a 为空气弹簧垂向作用力; A_e 为空气弹簧有效面积; g 为重力加速度; p_1 为空气弹簧绝对压力; p_0 为大气压力; V_{10} 为充(放)气前空气弹簧初始体积; β 为空气弹簧容积变化率; k 为气体绝热系数,取 1.4; R 为气体摩尔常数; T_2 为外界气体热力学温度; z_s 为座椅面垂向位移; q_m 为气体质量流量; u 为比例电磁阀开度。

状态变量选取如下

$$\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T = [z_s \ \dot{z}_s \ p_1]^T \quad (8)$$

将式(8)代入式(7),可得座椅电控空气悬架系统状态空间方程为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{m_s} [-p_0 A_e - m_s g - C_s(x_2 - \dot{q})] + \frac{1}{m_s} A_e x_3 \\ \dot{x}_3 = -\frac{k\beta(x_2 - \dot{q})}{V_{10} + \beta(x_1 - q)} x_3 + \frac{kRT_2 q_m}{V_{10} + \beta(x_1 - q)} u \\ y = x_1 \end{cases} \quad (9)$$

引入控制能耗均方根 P 作为评价指标,公式为

$$P = \left[\frac{1}{T} \int_0^T P^2(t) dt \right]^{1/2} \quad (10)$$

$$P(t) = \begin{cases} F_u(\dot{z}_s - \dot{q}), & F_u(\dot{z}_s - \dot{q}) > 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (11)$$

式中: $F_u = F_a - F_0$, 为空气弹簧气压改变而产生的主动控制力,其中 F_0 为静平衡时空气弹簧所提供垂向力。

4 座椅电控空气悬架控制系统设计

座椅电控空气悬架控制系统分为外环控制系统和内环控制系统,如图 6 所示。其中:外环为位置环,采用模糊非奇异快速终端滑模控制(FNFTSM)算法;内环为气压环,采用比例积分微分(PID)控制算法。

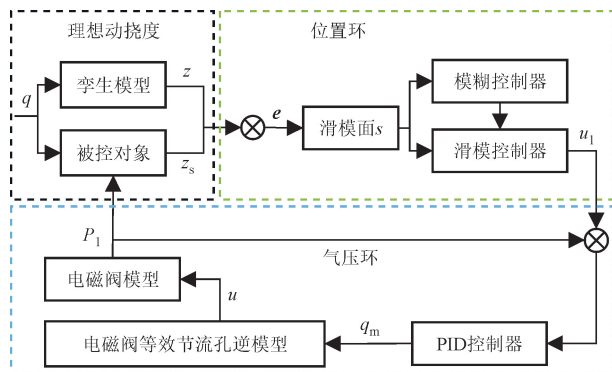


图 6 座椅电控空气悬架控制系统结构示意图

Fig. 6 Schematic diagram of the control system structure

位置环中把状态变量 x_3 作为控制 x_2 的虚拟控制量 u_1 ,气压环中以实际控制量 u 来控制变量 x_3 ,跟踪虚拟控制力 u_1 ,从而让系统输出 $y = x_1$,以跟踪理想孪生体的垂向位移 z 。

4.1 外环模糊非奇异快速终端滑模控制器设计

基于座椅电控空气悬架系统状态空间方程,定义座椅电控空气悬架系统的位置误差为 $\mathbf{e} = [e_1 \ e_2]^T$,其中 $e_1 = x_1 - z$, $e_2 = \dot{e}_1 = x_2 - \dot{z}$ 。因此,跟踪误差动力学方程为

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2 \\ \dot{e}_2 = \dot{x}_2 - \dot{z} \end{cases} \quad (12)$$

为实现跟踪误差有限时间收敛,提高系统的跟踪速度,选取滑模面如下

$$s = e_1 + \alpha |e_1|^{\gamma_1} \text{sgn}(e_1) + \lambda |e_2|^{\gamma_2} \text{sgn}(e_2) \quad (13)$$

式中:增益系数 $\alpha > 0, \lambda > 0$;控制律系数 $1 < \gamma_2 < 2, \gamma_1 > \gamma_2$,以避免当系统状态接近平衡点时控制输入的奇异性;sgn 为符号函数;当系统状态与平衡状态保持一定距离时, $\alpha |e_1|^{\gamma_1} \text{sgn}(e_1)$ 项保证较快的收敛速度;当系统状态接近平衡点时, $\lambda |e_2|^{\gamma_2} \text{sgn}(e_2)$ 项可实现系统状态在有限时间内收敛。

对式(13)求导并代入式(12)与式(9),令 $\dot{s} = 0$ 可得等效控制输入

$$u_{\text{equ}} = - \left[\frac{1}{\lambda \gamma_2 \text{sgn}^{2-\gamma_2}(e_2)} (1 + \alpha \gamma_1 |e_1|^{\gamma_1-1}) + A - \dot{z} \right] \frac{1}{B} \quad (14)$$

式中: $A = \frac{1}{m_s} [-p_0 A_e - m_s g - C_s(x_2 - \dot{q})]$; $B = \frac{1}{m_s} A_e$ 。

为保证系统状态能够快速趋于滑模面 $s=0$,切换控制力 u_{swt} 选用指数趋近律

$$u_{\text{swt}} = - [K_1 \text{sgn}(s) + K_2 s] \frac{1}{B} \quad (15)$$

式中: $K_1 > 0; K_2 > 0$ 。

滑模控制的鲁棒性由切换控制项保证,但同时切换控制本身易导致系统发生抖振,严重降低系统动态品质。为消除抖振,应在保证鲁棒性的同时使切换控制项增益 K_1 尽量小,为此,利用模糊规则对 K_1 进行模糊化处理^[27]。以滑模面 s 及其导数作为模糊控制器输入, K_F 为输出变量。将输入变量离散论域设置为 $[-3, 3]$,定义输入变量的模糊集为 NB(负大)、NM(负中)、NS(负小)、ZO(零)、PS(正小)、PM(正中)、PB(正大)。输出变量离散论域为

$[0, 1]$, 模糊集为 Z(零)、LE(较小)、MS(中小)、ML(中大)、LA(较大)。选取三角隶属函数分别作为模糊输入 $s, \dot{s}$ 和输出 K_F 的隶属函数。模糊控制器为 Mamdani 模型, 利用重心法进行清晰化得到实际的模糊输出值 K_F , 实现切换控制项增益模糊自调整, 在满足滑模到达条件的同时, 可尽量减小切换增益, 达到削弱抖振的目的。模糊系统的决策曲面以及输入、输出隶属函数曲线如图 7 所示。

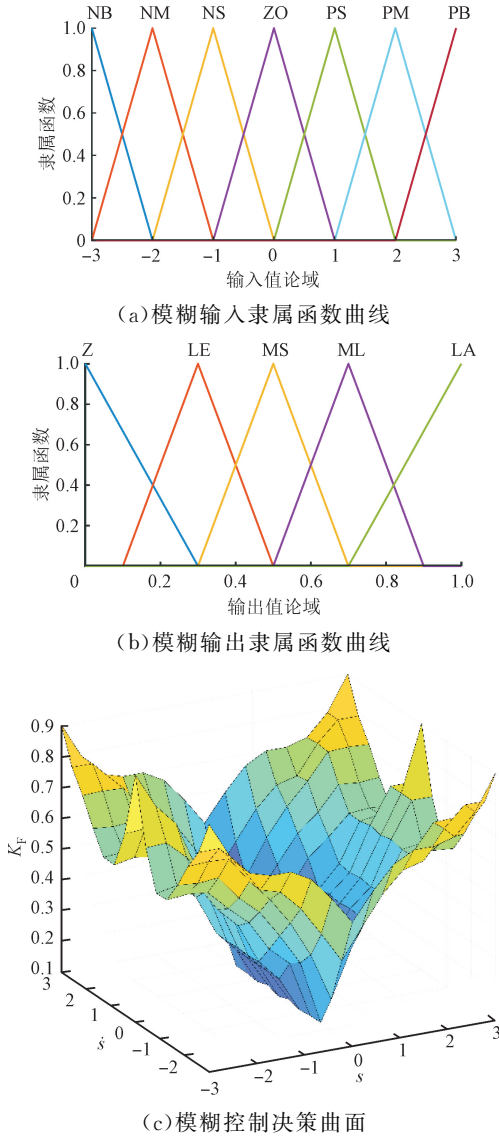


图 7 模糊控制系统设计图

Fig. 7 The fuzzy control system design

设计模糊趋近律为

$$u_{\text{swt}} = -[K_0 K_F \text{sgn}(s) + K_2 s] \frac{1}{B} \quad (16)$$

式中: K_0 为基准切换控制增益系数; K_F 为模糊输出, 且 $K_0 > 0, K_F > 0$ 。

由式(16)和式(14)可得虚拟控制力

$$u_1 = u_{\text{equ}} + u_{\text{swt}} = -\left[\frac{1}{\lambda \gamma_2 \text{sgn}^{2-\gamma_2}(e_2)}(1 + \alpha \gamma_1 |e_1|^{\gamma_1-1}) + A - \ddot{z} + K_0 K_F \text{sgn}(s) + K_2 s\right] \frac{1}{B} \quad (17)$$

证明所推导滑模控制律(式(17))的虚拟控制力 μ_1 能使控制系统式(9)稳定, 即满足滑模到达条件 $\dot{V} = \dot{s} = 0$ 。

取 Lyapunov 函数为

$$V = s^2/2 \quad (18)$$

对式(18)求一阶导数, 并将式(9)~式(17)代入可得

$$\begin{aligned} \dot{V} = \dot{s} &= s(e_2 + \alpha \gamma_1 |e_1|^{\gamma_1-1} e_2 + \lambda \gamma_2 |e_2|^{\gamma_2-1} \dot{e}_2) = \\ &= s[e_2 + \alpha \gamma_1 |e_1|^{\gamma_1-1} e_2 + \lambda \gamma_2 |e_2|^{\gamma_2-1} (A + B u_1 - \ddot{z})] = \\ &= -K_0 K_F \lambda \gamma_2 |e_2|^{\gamma_2-1} |s| - K_2 \lambda \gamma_2 |e_2|^{\gamma_2-1} s^2 = \\ &= -\rho_1 V^{1/2} - \rho_2 V \end{aligned} \quad (19)$$

式中: $\rho_1 = \sqrt{2} K_0 K_F \lambda \gamma_2 |e_2|^{\gamma_2-1}$; $\rho_2 = 2 K_2 \lambda \gamma_2 |e_2|^{\gamma_2-1}$ 。

当满足 $\rho_1 > 0, \rho_2 > 0$ 时, $V > 0, \dot{V} \leq 0$, 可知本文所设计的滑模控制器是稳定的。

4.2 内环控制器设计

将外环控制器所确定的虚拟控制量 u_1 作为状态变量 x_3 的跟踪目标, 由 PID 控制器可得所期望的空气质量流量。空气弹簧的充放气通常通过电磁阀开闭来实现, 故需要设计内环控制器, 将期望空气质量流量信号转变为比例电磁阀开度信号。

由于空气流经小孔时与管壁接触面小、流动快, 可将电磁阀阀口视为等效节流孔。因此, 电磁阀气流特性的非线性机理模型可表示为

$$q_m = \begin{cases} \mu p_u A \sqrt{\frac{2k}{(k-1)RT_u}} \left[\left(\frac{p_d}{p_u}\right)^{2/k} - \left(\frac{p_d}{p_u}\right)^{(k+1)/k} \right], & \sigma_e < (p_d/p_u) < 1 \\ \mu p_u A \sqrt{\frac{k}{RT_u}} \left(\frac{2}{k+1}\right)^{(k+1)/(k-1)}, & p_d/p_u \leq \sigma_e \end{cases} \quad (20)$$

式中: q_m 为质量流量; μ 为气路流阻系数; A 为节流孔截面积; T_u 为上游气体温度; p_u, p_d 分别为电磁阀上、下游绝对压力; σ_e 为临界气体压力比, 取 0.528 3。

由式(20)可计算当前气压状态下电磁阀所能通过的最大空气质量流量。电磁阀开度 u 为

$$u = q_d/q_m \quad (21)$$

式中: q_d 为期望空气质量流量。

5 仿真实验

为验证本文提出的空气悬架系统理想孪生动挠度跟踪控制策略的控制效果,基于表 1 中模型参数及前文所匹配理想数字孪生体抑振参数,利用 Matlab/Simulink 软件建立了座椅空气悬架系统的理想数字孪生体仿真模型,并采用仿真软件 AMESim 和 Simulink 建立了座椅空气悬架系统仿真模型,所设计控制器主要参数: $\alpha = 5, \lambda = 10, \gamma_1 = 17/11, \gamma_2 = 15/11, K_0 = 0.05, K_2 = 5$ 。在此基础上,通过与传

表 1 动力学模型参数取值

Table 1 Values of dynamics model parameters			
参数	数值	参数	数值
m_s/kg	60	A_e/m^2	3.80×10^{-3}
$C_s/(\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1})$	462	V_{10}/m^3	6.90×10^{-4}
p_1/MPa	0.25	k	1.40
p_u/MPa	0.80	$R/(\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1})$	287
p_0/MPa	0.10	T_u/K	298
A/m^2	2.82×10^{-5}	g	9.80

表 2 谐波激励下系统振动响应均方根

Table 2 The RMS values of the system vibration responses under harmonic excitation

激励频率/Hz	加权加速度均方根/ $(\text{m} \cdot \text{s}^{-2})$			动挠度均方根/mm		
	被动系统	传统策略	本文策略	被动系统	传统策略	本文策略
0.5	0.08	0.07	0.06	1.5	2.5	4.0
1.0	0.39	0.22	0.21	5.6	4.3	6.3
1.5	0.68	0.41	0.33	7.7	5.3	6.8
3.0	1.15	1.00	0.77	7.5	6.5	7.7
5.0	1.78	1.76	1.50	7.3	6.8	10.7
8.0	2.78	2.77	2.62	7.2	7.0	10.0

表 3 谐波激励下控制能耗均方根

Table 3 The RMS values of the control energy consumption under harmonic excitation

控制策略	能耗均方根/W					
	0.5 Hz	1.0 Hz	1.5 Hz	3.0 Hz	5.0 Hz	8.0 Hz
传统策略	0.004	0.024	0.058	0.198	0.424	0.514
本文策略	0.003	0.014	0.027	0.077	0.227	0.329

由表 2 和表 3 可知,在低频振动环境下,传统控制策略与本文控制策略均能不同程度提高驾驶员振动舒适性,但本文控制策略对座椅垂向振动加速度抑制效果优于传统控制策略。对于 0.5~1.0 Hz 的振动,与被动系统相比,传统策略和本文策略对座椅垂向振动加速度抑制效果均较显著且相当,均可使加速度均方根降低 20% 以上,但本文控制策略下控制能耗更小,且能耗均方根比传统控制策略下能耗降低

统控制策略^[28]进行对比分析,对所提控制策略的有效性先进性进行验证。下文将通过仿真进行对比分析,进而对座椅被动空气悬架系统、传统控制策略以及本文提出控制策略的控制效果进行评价。

5.1 台架模拟实验

5.1.1 谐波激励下座椅振动响应对比分析

谐波激励下的系统振动响应对比分析是考察控制策略效果的有效方法之一。为有效模拟驾驶员所长期暴露的座椅低频振动环境且考虑驾驶员内脏的敏感频率范围,将座椅空气悬架系统激励设置为频率范围为 $[0.5, 8.0]$ Hz、激励幅值为 10 mm 的谐波激励。为便于具体分析,激励频率分别为 0.5、1.0、1.5、3.0、5.0、8.0 Hz,仿真时间设置为 120.0 s。仿真结果对比如表 2 和表 3 所示。不同激励频率下仿真所得的座椅垂向加速度、动挠度、空气悬架系统主动控制力以及电磁阀开度随时间变化曲线的变化趋势类似,仅幅值差异明显,故仅给出激励频率 1.0 Hz 下振动响应仿真结果,如图 8 所示。图中时间显示范围为 1.0~5.0 s。

25% 以上。对于 1.5~3.0 Hz 范围内易引起座椅共振的振动,与传统控制策略相比,本文控制策略可使控制能耗分别降低 54%、61%,进一步降低座椅垂向振动加速度均方根 20% 以上。对于 5.0~8.0 Hz 的振动,相较于被动座椅空气悬架系统,传统控制策略对座椅振动舒适性改善不明显但控制能耗却较高,而本文控制策略能有效抑制座椅垂向振动且控制能耗比传统控制能耗降低 30% 以上,尽管受空气弹簧

充放气实效性限制,其抑制能力随激振频率增加而有所降低。此外,在本文控制策略下,悬架动挠度均方根略大于被动空气悬架和传统控制策略,但仍在可接受范围内且未超出悬架限位行程,说明本文控制策略更能充分利用座椅悬架限位行程的设计空间。

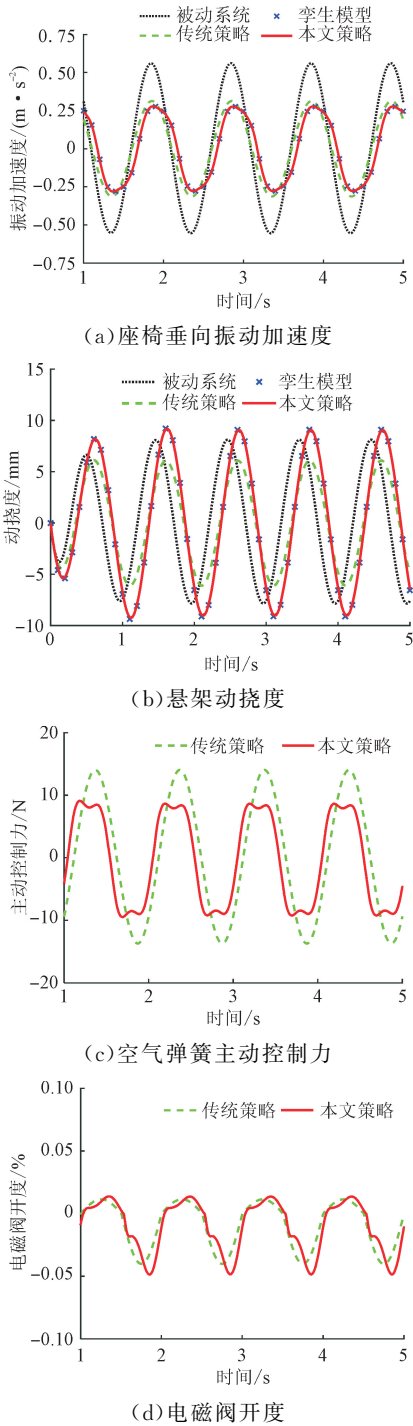


图 8 1.0 Hz 下振动响应仿真结果

Fig. 8 Simulation results of the vibration responses at 1.0 Hz

由图 8 可知,在本文控制策略下,空气悬架可有效跟踪理想孪生动挠度,实现准零刚度隔振器的高

静刚度低动刚度特性进而隔离低频率振动;控制器输出的主动控制力比传统控制策略控制器输出的主动控制力更小且最大值降低 30% 以上,这是本文控制策略能耗低在控制力维度的具体表现,其本质原因是本文控制策略充分利用了理想孪生体的非线性隔振特性。

5.1.2 随机激励下座椅振动响应对比分析

随机路面激励下的振动响应分析是综合考察控制算法的重要手段。采用重卡在高速公路上以 75 km/h 行驶工况下实际采集的座椅导轨处振动激励信号作为模型激励^[25]。基于所建仿真模型对座椅空气悬架系统振动响应量和主动控制力的时域响应、频域响应进行数值模拟。其中,选取仿真时长 $t=120.0\text{ s}$, 设置仿真步长为 0.002 s 。所得仿真结果及其对比如表 4 和图 9 所示。为便于观察,将时域响应的显示范围设置为 $40.0\sim50.0\text{ s}$ 。

表 4 随机激励下系统振动响应及控制能耗对比

Table 4 A comparison of the system vibration responses and the control energy consumption under random excitations

控制策略	振动响应		控制能耗 均方根/W
	加权加速度	动挠度	
	均方根/ ($\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$)	均方根/ mm	
被动系统	0.24	6.6	0.000
传统策略	0.20	6.7	0.049
本文策略	0.14	7.0	0.026

分析表 4 可知:与被动空气悬架相比,传统控制策略和本文控制策略下座椅垂向加权加速度均方根分别减小了 16% 和 38%;本文控制策略下控制能耗比传统策略下控制能耗降低 47.0%。由此可见,与传统控制策略相比,本文控制策略可用更少能耗实现振动舒适性显著改善。图 9(a)清晰刻画了本文控制策略下座椅垂向振动加速度明显减小;进一步分析图 9(d)可知,本文控制策略控制效果较好的频率段为 $0.5\sim10.0\text{ Hz}$ 。由此可见,本文控制策略可实现驾驶员敏感频率范围内座椅振动的有效抑制。分析图 9(b)可知,采用本文控制策略后座椅悬架的动挠度略有增大,但 3 种策略下座椅悬架动挠度变化趋势基本一致,且均在行程允许范围 $-40\sim40\text{ mm}$ 内;分析图 9(e)可知,本文控制策略下座椅悬架动挠度功率谱密度略有增加,表明本文控制策略可充分利用悬架行程的设计空间,且可实现不同频率下悬架动挠度的有效控制以避免产生撞击限位块现象。

由图 9(c)可知,与传统控制策略相比,本文控制策略下主动控制力更小且时间历程曲线更平缓,因而可显著降低能量消耗并更好地提高控制系统稳定性。由图 9(f)可知,不同频率下本文控制策略的

主动控制力均小于传统控制策略的主动控制力,尤其在低频区这一特点更为明显。其主要原因是,本文控制策略基于理想孪生体引导空气悬架系统充分利用振动过程中产生的有助于减振的能量。

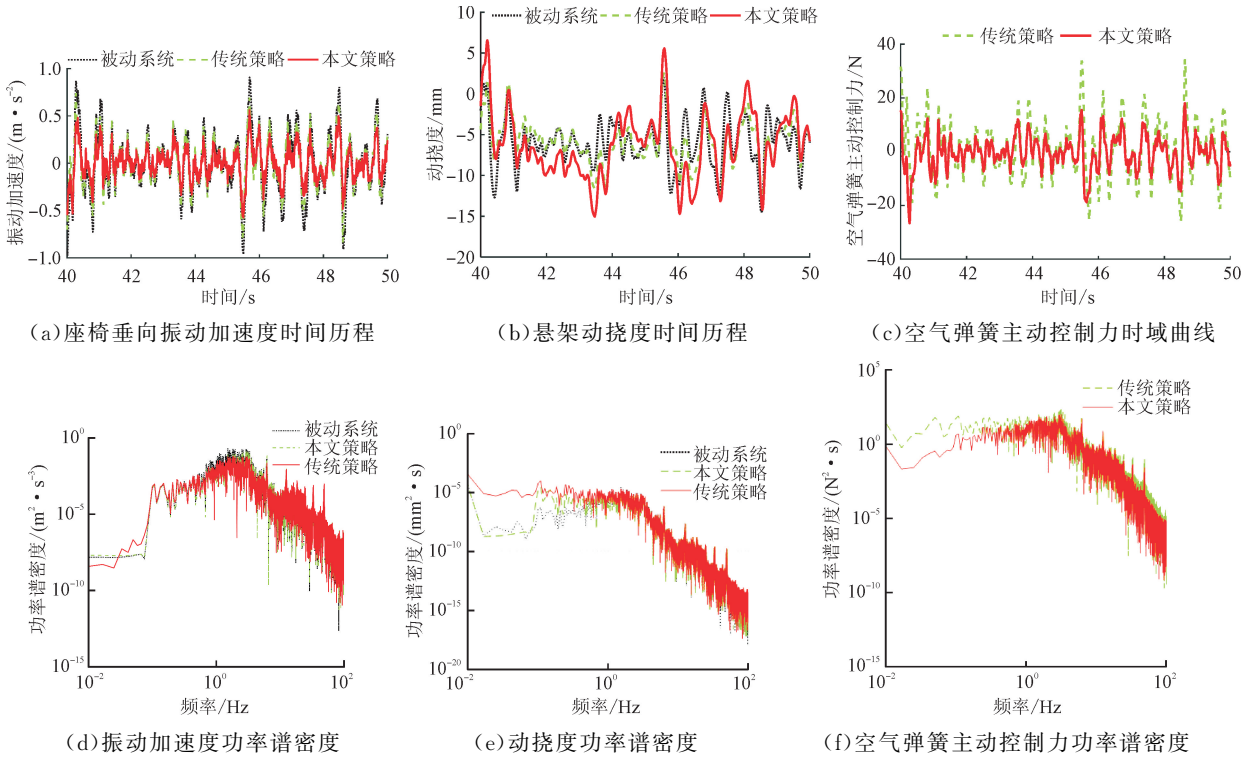


图 9 随机路面激励下的响应

Fig. 9 The responses under random pavement excitation

5.1.3 理想孪生动挠度跟踪控制策略的普适性分析

尽管重卡实际长途运行过程中驾驶人员相对较为固定,但仍存在驾驶人员临时变动情况。为考察本文所提出控制策略在驾驶员重量变化时的普适性,以表 1 所示座椅悬架承担的有效质量为基准,分别增加与减少 15%、30%,但理想数字孪生体抑振参数保持不变。进一步对比分析不同载荷下座椅空气悬架系统在随机路面激励下的振动响应量均方根值及控制能耗,结果如图 10 所示。

由图 10(a)可知,随着座椅悬架所承担有效质量的增加,传统策略与被动空气悬架系统的座椅垂向加权加速度均方根呈现一定的减小趋势,但本文控制策略下座椅的垂向加权加速度均方根更小,其中最大值仅为 0.16 m/s² 左右且整体数值几乎不受载荷变化影响,可有效保持驾驶员乘驾舒适性。分析图 10(b)可知,不同载荷下本文控制策略仍能有效跟踪理想孪生动挠度,悬架动挠度均方根基本维

持在 7.0 mm 左右,略大于被动空气悬架系统和传统控制策略,但其值仍在悬架限位行程内。由图 10(c)可知,与传统控制策略相比,在不同载荷下本文控制策略均表现出更为优异的低控制能耗特性,控制能耗均方根最小降幅达 40% 以上,同时随着载荷的增加,控制能耗降幅进一步增大,其本质原因是随着座椅悬架所承担驾驶员有效质量的增加,悬架系统固有频率降低,导致悬架动挠度增大进而更为接近理想数字孪生体的动挠度变化趋势,因此本控制策略可采用更少的控制能耗有效跟踪理想孪生动挠度。对于实际车辆,座椅结构较为复杂,内部的摩擦阻尼等有时难以用仿真结果反映,故该控制策略在实际应用时,可根据试验结果对理想数字孪生体抑振参数进行微调。综上所述,采用理想孪生动挠度跟踪控制策略的座椅主动悬架系统具有良好的隔振特性和低能耗特性,可在低能耗条件下有效降低座椅振动(尤其是低频区),提高乘坐舒适性,所设计的跟踪控制器具有较高的能效和较低的执行器带宽特性。

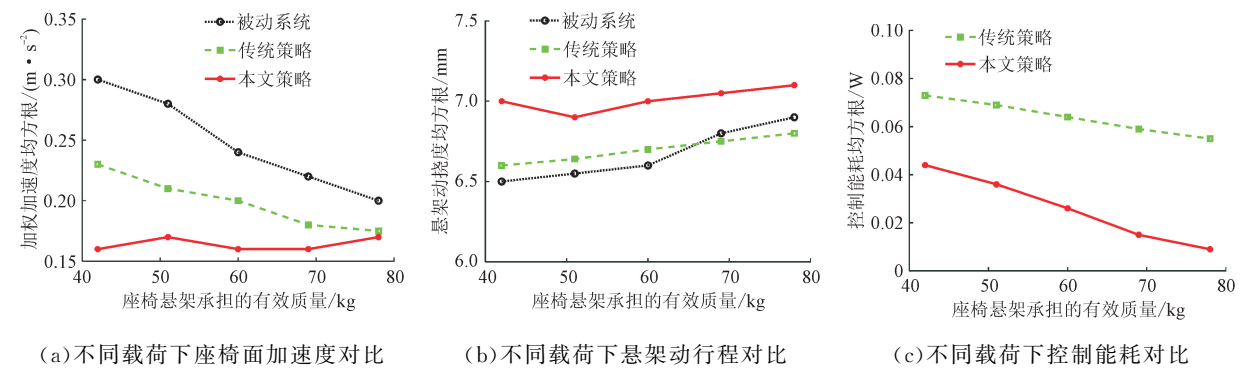


图 10 不同载荷下的振动响应及控制能耗均方根对比图

Fig. 10 A comparison of RMS values of the vibration responses and the control energy consumption under different loads

5.2 整车平顺性仿真实验

为进一步验证所提出理想孪生主动挠度跟踪控制策略的有效性,参考国家标准 GB/T 4970—2009《汽车平顺性试验方法》,以配置座椅空气悬架系统的某重卡为例进行整车平顺性仿真实验,具体包括随机路谱仿真实验与脉冲输入仿真实验。仿真实验采用基于商业化仿真软件 AMESim-Simulink-Trucksim 搭建的整车联合仿真平台,如图 11 所示。其中,包括基于 AMESim 构建的座椅电控空气悬架仿真模型、基于 Simulink 搭建的理想数字孪生体模型和控制器以及基于 Trucksim 建立的整车动力学仿真模型。整车模型的主要参数^[29]如表 5 所示。

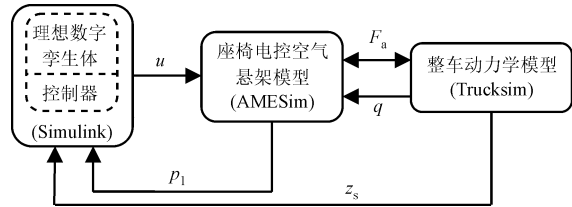


图 11 整车联合仿真平台

Fig. 11 Vehicle co-simulation platform

表 5 整车模型的部分参数^[29]

Table 5 Partial parameters of the vehicle model ^[29]	
参数	数值
驾驶室质量/kg	880
座椅悬架承担的有效质量/kg	65.5
驾驶室侧倾转动惯量 $I_{xx}/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	821
驾驶室俯仰转动惯量 $I_{yy}/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	786
驾驶室左、右前悬架阻尼系数/ $(\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{mm}^{-1})$	9.57, 9.57
驾驶室左、右后悬架阻尼系数/ $(\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{mm}^{-1})$	7.33, 7.33
底盘前悬架单侧板簧刚度/ $(\text{N} \cdot \text{mm}^{-1})$	340
底盘后悬架单侧板簧刚度/ $(\text{N} \cdot \text{mm}^{-1})$	292
底盘前悬系统阻尼比	0.25
底盘前悬簧载质量/kg	3 550
底盘后悬簧载质量/t	17

5.2.1 随机路谱仿真实验

本文所研究重卡主要用于高速路长途运输且我国高速公路主要为 B 级,故选 B 级路面开展整车平顺性仿真实验。采用傅里叶逆变换法生成 B 级路面不平度数据,并将其写入软件 Trucksim 道路不平度文件。设定此车辆以 50~90 km/h(间隔 10 km/h)的速度匀速行驶,仿真时间为 120.0 s。

图 12 为不同车速下座椅空气悬架系统振动响应量均方根和控制能耗对比。分析图 12(a)可知,采用本文控制策略后座椅的垂向加速度均方根更小;尽管随车速增加,本文策略与传统控制策略下的座椅垂向加速度均方根呈现出不同程度的增长趋势,但本文控制策略的控制效果始终优于传统控制策略。分析图 12(b)可知,在本文控制策略下,不同车速下的悬架动挠度均方根均略大于传统控制策略但小于被动悬架,其数值变化范围不大且在悬架限位行程内。由图 12(c)可知,与传统控制策略相比,本文控制策略可在不同车速下大幅降低控制能耗,控制能耗均方根最小降幅达 65.0% 以上,最大降幅高达 74.1%,而且不同车速下的控制能耗均方根仅为 0.02 W 左右。

综上,配置座椅电控空气悬架系统的重卡以不同车速在随机路面上行驶时,本文控制策略的振动控制效果明显优于传统控制策略,且本文控制策略能够在充分利用座椅悬架行程设计空间基础上,用较低的控制能耗实现座椅垂向振动的有效抑制,这也进一步验证了前文台架模拟实验分析结果的可靠性。

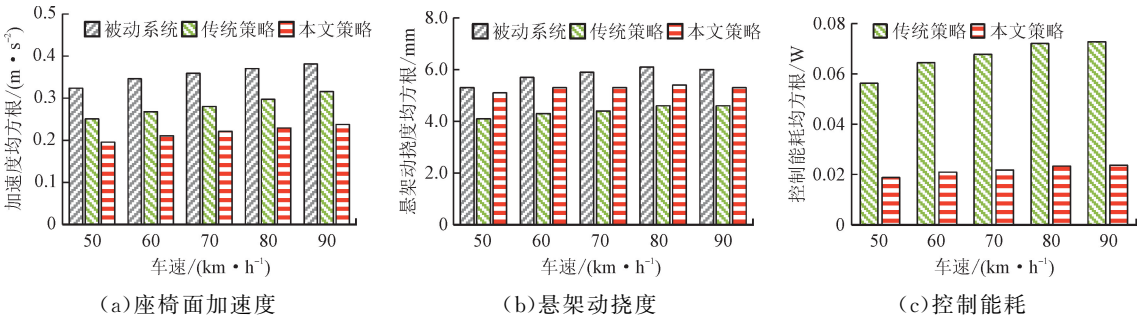


图 12 随机路况下不同车速时振动响应与控制能耗均方根

Fig. 12 The RMS values of the vibration response and the control energy consumption at different vehicle speeds

5.2.2 脉冲输入仿真实验

为充分验证本文控制策略的有效性和先进性,参考 GB/T 4970—2009 进行脉冲输入仿真实验研究。首先,在 Trucksim 软件中建立高度 40 mm、宽度 400 mm 的三角形凸块作为脉冲输入。然后,设定车

辆分别以 30、40、50、60 km/h 的速度匀速通过三角形凸块路面。其中,车速 30 km/h 下座椅悬架系统振动响应及主动控制力的时间历程曲线如图 13(a)~(c) 所示。在不同行驶车速下,不同控制策略所对应座椅垂向振动剂量的仿真结果对比如图 13(d) 所示。

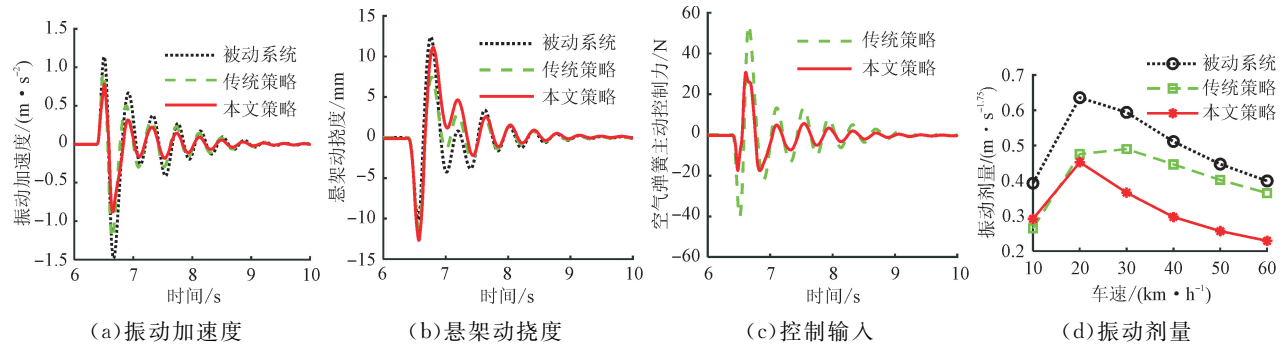


图 13 脉冲激励下的座椅悬架系统响应

Fig. 13 The responses of the seat suspension system under pulse excitation

由图 13(a)可知,采用本文控制策略后,冲击路况下座椅垂向加速度响应得到有效抑制且最大加速度比传统策略情况下降低 38.5%;分析图 13(b)可知,悬架动挠度在某些时刻出现略大于传统控制策略与被动空气悬架系统情况,但并未超出限位行程。图 13(c)说明,与传统控制策略相比,本文控制策略下主动控制力在不同时刻均更小,最大值降幅高达 45.5%。由图 13(d)可知,不同控制策略下座椅垂向振动剂量值随车速变化趋势大致相似;随车速增加,座椅振动剂量值先增大后减小,其中,在车速 20 km/h 时达到最大值;采用本文控制策略后,不同车速下座椅振动剂量值明显小于被动悬架座椅及传统控制策略。对比结果表明,脉冲输入情况下本文控制策略的控制效果也优于传统控制策略。

综上,整车联合仿真实验进一步验证了本文所提出理想孪生动挠度跟踪控制策略的优异性,即随机路况和冲击路况下均可在有效提高悬架系统减振

效果的同时,大幅降低主动控制能耗,有效解决传统控制策略难以解决的减振效果与控制能耗间矛盾。

6 结 论

- (1)提出了空气悬架系统的理想孪生动挠度跟踪控制策略,此策略由外环位置控制和内环气压控制构成。其中,外环控制由数字孪生技术引入准零刚度系统作为空气悬架系统的理想数字孪生体,并以实际激励下孪生体动挠度为跟踪控制目标。
- (2)仿真实验对比结果表明,所提控制策略可在随机路况以及冲击路况下有效提高空气悬架系统减振效果的同时,大幅降低主动控制能耗,有效解决传统控制策略难以解决的减振效果与控制能耗间矛盾。
- (3)所提控制策略节能减振的根本原因在于其充分利用虚拟空间中理想数字孪生体卓越的非线性隔振特性,引导真实悬架系统有效利用了车辆振动

能量,进而节省了主动控制能量。

(4)所提控制策略的外环控制为通用控制方法,故其不仅适用于主动空气悬架系统,而且可推广应用于各类主动悬架系统,为实现节能减振提供新的研究思路。

本文所提控制策略的整体架构为开放式控制架构;在理论方面,理想数字孪生体可探索采用性能更卓越的非线性隔振系统;在应用方面,为满足实际工程需求,外环滑模控制算法、内环PID控制算法可选用其他算法,也可设计状态观测器满足算法中信号需求。后续将基于上述两个层面,深入开展控制策略特性改进及控制效果提升研究,进一步提升主动悬架系统的减振效果并降低其控制能耗。

参考文献:

- [1] KIM J H, DENNERLEIN J T, JOHNSON P W. The effect of a multi-axis suspension on whole body vibration exposures and physical stress in the neck and low back in agricultural tractor applications [J]. *Applied Ergonomics*, 2018, 68: 80-89.
- [2] POCHI D, FORNACIARI L, GRILLI R, et al. First tests on a prototype device for the active control of whole-body vibrations on agricultural tractors [C]// *Innovative Biosystems Engineering for Sustainable Agriculture, Forestry and Food Production*. Cham, Switzerland: Springer International Publishing, 2020: 661-670.
- [3] 宋勇, 刘林鑫, 李占龙, 等. 含圆弧形缓冲结构的仿袋鼠腿悬架建模与行为特性研究 [J]. *西安交通大学学报*, 2021, 55(9): 28-38.
SONG Yong, LIU Linxin, LI Zhanlong, et al. Research on modeling and behavioral characteristics of bionic kangaroo leg suspension with circular arc-buffer structures [J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2021, 55(9): 28-38.
- [4] ZHAO Leilei, ZHOU Changcheng, YU Yuewei, et al. Hybrid modelling and damping collaborative optimisation of five-suspensions for coupling driver-seat-cab system [J]. *Vehicle System Dynamics*, 2016, 54(5): 667-688.
- [5] SHEN Yujie, HUA Jie, FAN Wei, et al. Optimal design and dynamic performance analysis of a fractional-order electrical network-based vehicle mechatronic ISD suspension [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2023, 184: 109718.
- [6] AL-ASHMORI M, WANG Xu. A systematic literature review of various control techniques for active seat suspension systems [J]. *Applied Sciences*, 2020, 10(3): 1148.
- [7] 付硕, 许一虎, 孙治博. 汽车空气悬架系统及精准控制技术发展综述 [J]. *液压与气动*, 2023, 47(4): 107-114.
FU Shuo, XU Yihu, SUN Zhibo. Overview of the development of automobile air suspension system and precise control technology [J]. *Chinese Hydraulics & Pneumatics*, 2023, 47(4): 107-114.
- [8] 蒲晓晖, 徐俊, 李士盈, 等. 电磁阻尼器惯性质量对汽车馈能悬架减振性能的影响 [J]. *西安交通大学学报*, 2019, 53(6): 62-68.
PU Xiaohui, XU Jun, LI Shiyong, et al. Effects of inertial mass of electromagnetic damper on vibration insulation performance of vehicle regenerative suspension [J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2019, 53(6): 62-68.
- [9] SOLIMAN A M A, KALDAS M M S. Semi-active suspension systems from research to mass-market-a review [J]. *Journal of Low Frequency Noise, Vibration and Active Control*, 2021, 40(2): 1005-1023.
- [10] ZHANG Buyun, TAN C A, DAI Tao. Ride comfort and energy dissipation of vehicle suspension system under non-stationary random road excitation [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2021, 511: 116347.
- [11] CHEN Lei, XU Xing, LIANG Cong, et al. Semi-active control of a new quasi-zero stiffness air suspension for commercial vehicles based on H_2/H_∞ state feedback [J]. *Journal of Vibration and Control*, 2023, 29(7/8): 1910-1926.
- [12] XU Xing, LIU Huan, JIANG Xinwei, et al. Uncertainty analysis and optimization of quasi-zero stiffness air suspension based on polynomial chaos method [J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2022, 35(1): 93.
- [13] HO C M, TRAN D T, AHN K K. Adaptive sliding mode control based nonlinear disturbance observer for active suspension with pneumatic spring [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2021, 509: 116241.
- [14] GOKUL P S, MALAR M K. A contemporary adaptive air suspension using LQR control for passenger vehicles [J]. *ISA Transactions*, 2019, 93: 244-254.
- [15] SHALABI M E, FATH ELBAB A M R, EL-HUSSIENY H, et al. Neuro-fuzzy volume control for quarter car air-spring suspension system [J]. *IEEE Access*, 2021, 9: 77611-77623.
- [16] WANG Hang, KIN WONG P, ZHAO Jing, et al. Observer-based robust gain-scheduled control for semi-active air suspension systems subject to uncer-

- tainties and external disturbance [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2022, 173: 109045.
- [17] 马英照, 严天一, 赵燕乐. 新型电控空气悬架系统集成控制策略研究 [J]. *汽车工程*, 2021, 43(9): 1394-1401.
- MA Yingzhao, YAN Tianyi, ZHAO Yanle. Research on integrated control strategy of a new-type electronically controlled air suspension system [J]. *Automotive Engineering*, 2021, 43(9): 1394-1401.
- [18] QI Hengmin, CHEN Yuanchang, ZHANG Nong, et al. Improvement of both handling stability and ride comfort of a vehicle via coupled hydraulically interconnected suspension and electronic controlled air spring [J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers: Part D Journal of Automobile Engineering*, 2020, 234(2/3): 552-571.
- [19] SUN Liqin, WANG Ying, LI Zhongxing, et al. H_∞ robust control of interconnected air suspension based on mode switching [J]. *IEEE Access*, 2022, 10: 62377-62390.
- [20] SZALAY Z, FICZERE D, TIHANYI V, et al. 5G-enabled autonomous driving demonstration with a V2X scenario-in-the-loop approach [J]. *Sensors*, 2020, 20(24): 7344.
- [21] BHATTI G, MOHAN H, RAJA SINGH R. Towards the future of smart electric vehicles: digital twin technology [J]. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 2021, 141: 110801.
- [22] SPIRYAGIN M, EDELMANN J, KLINGER F, et al. Vehicle system dynamics in digital twin studies in rail and road domains [J]. *Vehicle System Dynamics*, 2023, 61(7): 1737-1786.
- [23] AHMAD S, SPIRYAGIN M, WU Qing, et al. Development of a digital Twin for prediction of rail surface damage in heavy haul railway operations [J]. *Vehicle System Dynamics*, 2024, 62(1): 41-66.
- [24] 赵雷雷, 于曰伟, 曹建虎, 等. 新型准零刚度非线性悬置座椅特性分析与参数匹配 [J]. *中国机械工程*, 2023, 34(1): 36-46.
- ZHAO Leilei, YU Yuewei, CAO Jianhu, et al. Characteristics analysis and parameters matching of a novel seat with quasi-zero-stiffness nonlinear suspension [J]. *China Mechanical Engineering*, 2023, 34(1): 36-46.
- [25] YANG Fuxing, ZHAO Leilei, YU Yuewei, et al. Matching, stability, and vibration analysis of nonlinear suspension system for truck cabs [J]. *Shock and Vibration*, 2019, 2019(1): 1490980.
- [26] 赵雷雷, 于曰伟, 周长城, 等. 特种车辆驾驶室减振器节流阀片开度及阻尼特性研究 [J]. *兵工学报*, 2018, 39(4): 645-654.
- ZHAO Leilei, YU Yuewei, ZHOU Changcheng, et al. Throttle slice opening size and damping characteristics of cab damper for special vehicles [J]. *Acta Armamentarii*, 2018, 39(4): 645-654.
- [27] 谭草, 鲁应涛, 葛文庆, 等. 直驱式永磁直线电机深度模糊滑模-自抗扰控制 [J]. *西安交通大学学报*, 2023, 57(1): 185-194.
- TAN Cao, LU Yingtao, GE Wenqing, et al. Depth fuzzy sliding-mode active disturbance rejection control method of permanent magnet linear motor for direct drive system [J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2023, 57(1): 185-194.
- [28] 寇发荣, 贺嘉杰, 李孟欣, 等. 基于路面识别的电磁混合式悬架自适应模糊控制 [J]. *振动与冲击*, 2023, 42(2): 303-311.
- KOU Farong, HE Jiajie, LI Mengxin, et al. Adaptive fuzzy control of an electromagnetic hybrid suspension based on road recognition [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2023, 42(2): 303-311.
- [29] 赵雷雷. 载货车座椅—驾驶室耦合系统的五悬置振动理论研究 [D]. 北京: 北京邮电大学, 2019.

(编辑 亢列梅)